

Síntese de Redes de Distribuição de Água considerando os sentidos de escoamento desconhecidos

Water Distribution Networks synthesis considering unknown flow directions

Gustavo Henrique Batista Cassiolato¹, Esdras Penêdo de Carvalho¹ ,
Mauro Antonio da Silva Sá Ravagnani¹

¹Universidade Estadual de Maringá – UEM, Maringá, PR, Brasil. E-mails: ghbcassiolato2@uem.br, epcarvalho@uem.br, massravagnani@uem.br

Como citar: Cassiolato, G. H. B., Carvalho, E. P., & Ravagnani, M. A. S. S. (2022). Síntese de Redes de Distribuição de Água considerando os sentidos de escoamento desconhecidos. *Revista de Gestão de Água da América Latina*, 19, e3. <https://doi.org/10.21168/rega.v19e3>

Resumo: As Redes de Distribuição de Água (RDA) são responsáveis pelo transporte de água potável em centros urbanos e instalações industriais. Estas redes são formadas por diversos componentes e sua síntese pode ser formulada como um problema de otimização com formulação de Programação Não Linear Inteira Mista (MINLP), envolvendo a minimização do custo de instalação da rede, considerando os comprimentos dos tubos e os sentidos de escoamento conhecidos e um conjunto discreto de diâmetros comerciais. Entretanto, em um projeto real de RDA, os sentidos de escoamento da água são desconhecidos. Neste trabalho, é proposto um modelo de otimização para a síntese de RDA considerando os sentidos de escoamento desconhecidos nos tubos, usando técnicas de programação disjuntiva, seguindo uma abordagem determinística. Três estudos de caso da literatura são explorados para testar a aplicabilidade do modelo e técnicas de otimização global são usadas na sua resolução.

Palavras-chave: Redes de Distribuição de Água; Programação Matemática; Sentido de Escoamento Desconhecido; Custos de Instalação.

Abstract: Water Distribution Networks (WDN) are systems responsible for potable water transportation in urban centers and industrial installations and are formed by several components. WDN synthesis can be formulated as an optimization problem with Mixed Integer Non-Linear Programming (MINLP) formulation, involving the minimization of the network installation cost, considering the tubes length and known flow directions and a discrete set of available diameters. However, in real WDN flow directions are unknown. In the present paper it is proposed an optimization model for WDN synthesis considering unknown flow directions, using disjunctive programming techniques and a deterministic approach. Three case studies are explored to test the model applicability and global optimization techniques are used in the problem solution.

Keywords: Water Distribution Networks; Mathematical Programming; Unknown Flow Directions; Installation Costs.

1 INTRODUÇÃO

A superfície terrestre, em sua maioria, é composta pelo principal recurso natural existente para o desenvolvimento de seres vivos, a água. A maior parte dessa água é contemplada pela água salgada. A água doce é usada pelos seres humanos, sendo originária em lagos, rios, açudes e entre outros. Para que haja o fornecimento de água aos consumidores é necessário um sistema de abastecimento.

No desenvolvimento de grandes e pequenas regiões, os sistemas de abastecimento de água são fundamentais e fazem parte das necessidades básicas de qualquer população. Estes sistemas são compostos principalmente pela captação de água, por uma estação de tratamento e uma rede de distribuição. Os custos de capital decorrentes da aquisição e instalação da rede de distribuição são os mais expressivos no sistema de abastecimento, dependendo da população a ser atendida.

As Redes de Distribuição de Água (RDA) são responsáveis por transportar a água tratada para todos os pontos de demanda e devem proporcionar o fornecimento de forma adequada e eficiente,

Recebido: Agosto 10, 2021. Revisado: Dezembro 16, 2021. Aceito: Dezembro 27, 2021.



Este é um artigo publicado em acesso aberto (*Open Access*) sob a licença *Creative Commons Attribution*, que permite uso, distribuição e reprodução em qualquer meio, sem restrições desde que o trabalho original seja corretamente citado.

reduzindo ao máximo os desperdícios ao longo de sua operação. As RDA são formadas por um conjunto de equipamentos, contendo essencialmente nós de demanda de água, tubos caracterizados por seus nós iniciais e finais, reservatórios de água e bombas hidráulicas. Algumas tubulações podem constituir *loops* fechados entre os nós de demanda e a água pode ser fornecida por gravidade ou usando um sistema de bombeamento.

O projeto de uma RDA é um problema complexo que pode ser formulado como um problema de otimização. A maioria dos trabalhos existentes na literatura busca minimizar o custo de instalação da rede, sendo os diâmetros dos tubos as variáveis discretas de otimização, selecionados de acordo com um conjunto de diâmetros comerciais, enquanto os comprimentos dos tubos e os sentidos de escoamento da água são previamente definidos. As restrições do problema são o balanço de massa em cada nó, a diferença de pressão entre dois nós, considerando a existência de *loops* e a velocidade da água em cada tubo e a queda de pressão devem obedecer a limites operacionais, formando um sistema de equações não lineares, que pode ter várias soluções. Na literatura, diferentes abordagens determinísticas e estocásticas têm sido usadas para resolver o problema (Mala-Jetmarova et al., 2018).

Quando uma nova RDA é projetada em setores urbanos ou em processos industriais, os sentidos de escoamento da água nos tubos não são conhecidos e a solução do problema de otimização pode se tornar ainda mais difícil de ser obtida. No presente trabalho, para representar a RDA propõe-se um modelo de otimização com uma formulação de Programação Não Linear Inteira Mista (MINLP), considerando os diâmetros dos tubos e os sentidos de escoamento como variáveis de otimização. O modelo proposto considera uma abordagem determinística com a utilização de programação disjuntiva, com o uso de restrições algébricas e expressões lógicas simbólicas. Algumas transformações logarítmicas são introduzidas a fim de tornar o modelo mais robusto e evitar problemas associados à não linearidade do sistema. O ambiente GAMS (*General Algebraic Modeling System*) é usado para resolver o problema, sem o uso de simuladores hidráulicos. Estudos de caso da literatura são utilizados para testar a aplicação do modelo desenvolvido e técnicas de otimização global são usadas na sua resolução.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Na literatura os trabalhos sobre o projeto ótimo de RDA consideram distintas abordagens. Problemas de otimização com formulação de Programação Linear (LP), Programação Não Linear (NLP), Programação Linear Inteira Mista (MILP) e Programação Não Linear Inteira Mista têm sido propostos, envolvendo técnicas determinísticas ou estocásticas para a sua solução. As formulações MINLP são mais representativas para problemas reais.

Alperovits & Shamir (1977) resolveram um problema LP para obter uma distribuição viável e depois realizaram uma busca no espaço das variáveis, com base no gradiente da função objetivo. Este método foi expandido em Goulter et al. (1986), contemplando a importância da escolha do caminho de perda de carga no problema de otimização, em Kessler & Shamir (1989), apresentando uma análise do método e uma formulação usando a teoria de grafos e, em Eiger et al. (1994), abordando um problema semi-infinito, resolvido globalmente por um algoritmo *Branch and Bound*, usando teoria da dualidade. Hansen et al. (1991) propuseram um algoritmo sucessivo com uma abordagem de busca local e Sarbu (1997) obteve resultados interessantes em novas RDA, bem como para a extensão de RDA existentes.

Morsi et al. (2012) propuseram um modelo de otimização de RDA do tipo MILP e o método *Branch and Bound* foi usado para a resolução do problema. Os primeiros autores que consideraram as formulações NLP para o projeto de RDA foram Shamir & Howard (1968). O método de Newton-Raphson foi usado para resolver o sistema de equações. Watanatada (1973) também contribuiu com uma formulação NLP para resolver o problema de projeto de RDA, usando restrições de conservação de massa e energia e limites físicos. As restrições de desigualdade foram limitadas por uma transformação de *Box* e as de igualdade foram resolvidas usando o método de Haarhoff e Buys.

Modelos MINLP e métodos determinísticos para a síntese da RDA foram propostos nos trabalhos de Bragalli et al. (2006, 2008, 2012). Neste último trabalho os autores propuseram um relaxamento nas variáveis e resolveram o problema com o *solver* BONMIN, no ambiente AMPL. D'Ambrosio et al. (2015) desenvolveram um modelo com formulação MINLP para descrever a dinâmica da água em tubulações, usando ramificações espaciais e relaxamentos lineares. Cassiolato et al. (2019) propuseram uma formulação disjuntiva do tipo *Big-M* para a síntese de RDA e o *solver* SBB foi usado, no ambiente GAMS (*General Algebraic Modeling System*). Cassiolato et al. (2021) também

apresentaram um modelo do tipo MINLP com uma reformulação *Convex Hull* e os solvers SBB e BARON foram aplicados, em GAMS.

A maioria dos trabalhos publicados, no entanto, usa abordagens não determinísticas para resolver o problema. As principais meta-heurísticas utilizadas são *Genetic Algorithms* (GA), nos trabalhos de "Savic, Walters (1997), Reca & Martínez (2006), Kadu et al. (2008), Bi et al. (2015) e Reca et al. (2017); *Artificial Immune Systems* (AIS), utilizada por Eryiğit (2015); *Harmony Search* (HS), nos trabalhos de Geem (2006, 2009); *Particle Swarm Optimization* (PSO), nos trabalhos de Suribabu & Neelakantan (2006), Ezzeldin et al. (2014), Rao et al. (2017), Surco et al. (2018a, 2018b, 2019, 2021); *Differential Evolution* (DE), nos trabalhos de Vasani & Simonovic (2010), Suribabu (2010) e Suribabu & Neelakanta (2014); *Gravitational Search Algorithm* (GSA), no trabalho de Fallah et al. (2021); *Evolutionary Algorithm* (EA), em Bolognesi et al. (2010), Avila-Melgar et al. (2017) e Palod et al. (2020); *Simple Benchmarking Algorithm* (SBA) em Shende & Chau (2019) e *Whale Optimization Algorithm* (WOA), em Ezzeldin & Djebedjian (2020).

Assim, a maioria das contribuições da literatura para resolver o problema de projeto de RDA usa abordagens não determinísticas, com os sentidos de escoamento da água conhecidos nos tubos e um software auxiliar para solucionar as equações hidráulicas pertencentes ao problema. No presente trabalho apresenta-se um modelo de otimização com a formulação MINLP, considerando os sentidos de escoamento da água desconhecidos e sem a necessidade de utilizar software adicional.

3 MODELO DE OTIMIZAÇÃO

O modelo proposto para projeto ótimo de RDA consiste na determinação dos diâmetros dos tubos, formulado como um problema de otimização com formulação MINLP. Os sentidos de escoamento da água são considerados desconhecidos nos tubos e são caracterizados por variáveis binárias, de acordo com a proposição de disjunções. Define-se como \mathcal{N} o conjunto de índices (i, j) para os nós da RDA e denota-se como $i-j$ o tubo cujo escoamento da água está indo do nó i para o nó j . Considere-se $\mathcal{E}_{i,j} \subset \mathcal{N}$ o subconjunto de índices para os nós da RDA em que existe uma tubulação ligando $i-j$.

Sejam d_i a demanda de água para o nó i , $q_{i,j}$ a vazão volumétrica no tubo $i-j$, $q_{i,j}^1$ é igual a $q_{i,j}$ se a água flui do nó i para o nó j e, em caso contrário, vale zero. A vazão $q_{i,j}^2$ é igual a $q_{i,j}$ se a água flui do nó j para o nó i , ou, em caso contrário, vale zero. O balanço de massa em cada nó de demanda é:

$$\sum_{j \in \mathcal{E}_{j,i}} (q_{j,i}^1 - q_{j,i}^2) - \sum_{j \in \mathcal{E}_{i,j}} (q_{i,j}^1 - q_{i,j}^2) = d_i, \forall i \in \mathcal{N} \quad (1)$$

A grande dificuldade nesse tipo de balanço é que nos laços existentes nas RDA não se sabe, a priori, em que sentido está escoando a água. Por isso, faz-se necessário expressar a vazão como a diferença de dois termos. Define-se, assim, o conjunto $\mathcal{E}_{i,j}$. Faz-se $q_{i,j}^1 > 0$ se a água escoar do nó i para o nó j e $q_{i,j}^2 > 0$ se a água escoar do nó j para o nó i .

Sejam P_i a pressão no nó i e h_i a elevação do nó i . Considere-se $Ep_{i,j}$ a altura manométrica, ou elevação de pressão, gerada por uma bomba hidráulica no tubo $i-j$ e $Ep_{i,j}^1$ igual a $Ep_{i,j}$ se a água flui do nó i para o nó j . Caso contrário, vale zero, e $Ep_{i,j}^2$ é igual a $Ep_{i,j}$, se a água flui do nó j para o nó i . Caso contrário, vale zero. Define-se $\Delta P_{i,j}$ como sendo a queda de pressão no tubo $i-j$ e $\Delta P_{i,j}^1$ igual a $\Delta P_{i,j}$ se a água flui do nó i para o nó j . Caso contrário, vale zero. Se a água flui do nó j para o nó i , $\Delta P_{i,j}^2$ é igual a $\Delta P_{i,j}$ e, em caso contrário, vale zero. A diferença de pressão entre dois nós pode ser escrita da seguinte maneira:

$$P_i + h_i + Ep_{i,j}^1 - Ep_{i,j}^2 = P_j + h_j + \Delta P_{i,j}^1 - \Delta P_{i,j}^2, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (2)$$

em que $P_i^{min} \leq P_i$, sendo P_i^{min} a pressão mínima permitida no nó i , para todo $i \in \mathcal{N}$.

$L_{i,j}$ é o comprimento do tubo ligando os nós $i-j$, $x_{i,j}$ é o diâmetro do tubo e $v_{i,j}$ a velocidade da água no trecho $i-j$. A equação mais utilizada na literatura para o cálculo da queda de pressão quando a água é o fluido em escoamento é a de Hazen-Williams. Seja $C_{i,j}$ o coeficiente de rugosidade de Hazen-Williams no trecho $i-j$, que é um valor adimensional e dependente do material e do tempo de uso. Essa equação é dada por:

$$\Delta P_{i,j} = \frac{\alpha L_{i,j} q_{i,j}^{\beta}}{C_{i,j}^{\beta} x_{i,j}^{\gamma}}, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (3)$$

em que α é um fator de conversão numérica associado ao sistema de unidades utilizado na equação e $\beta=1/0,54$ e $\gamma=2,63/0,54$ são coeficientes fixos. A equação de Hazen-Williams é sensível a essas constantes, ou seja, pequenas mudanças nos valores podem alterar significativamente a solução do problema.

A velocidade da água em cada trecho $i-j$ é dada por:

$$v_{i,j} = \frac{4q_{i,j}}{\pi x_{i,j}^2}, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (4)$$

As Equações 3 e 4 são não lineares. Para evitar problemas afetos à não linearidade dessas equações, faz-se uso de logaritmos, transformando as equações não lineares em lineares:

$$\ln \Delta P_{i,j} = \ln(\alpha L_{i,j}) + \beta \ln q_{i,j} - \ln(C_{i,j}^{\beta} x_{i,j}^{\gamma}), \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (5)$$

$$\ln v_{i,j} = \ln q_{i,j} - \ln\left(\frac{\pi}{4} x_{i,j}^2\right), \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (6)$$

Definindo as variáveis $\bar{v}_{i,j} = \ln v_{i,j}$, $\bar{q}_{i,j} = \ln q_{i,j}$ e $\bar{\Delta P}_{i,j} = \ln \Delta P_{i,j}$, para todo $i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$, e utilizando-as nas Equações 5 e 6, todos os termos nessas equações serão lineares, uma vez que os diâmetros, os comprimentos e os coeficientes de rugosidade de Hazen-Williams dos tubos são valores conhecidos. Assim, obtém-se as seguintes equações:

$$\bar{\Delta P}_{i,j} = \ln(\alpha L_{i,j}) + \beta \bar{q}_{i,j} - \ln(C_{i,j}^{\beta} x_{i,j}^{\gamma}), \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (7)$$

$$\bar{v}_{i,j} = \bar{q}_{i,j} - \ln\left(\frac{\pi}{4} x_{i,j}^2\right), \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (8)$$

As variáveis originais v, q e ΔP podem ser encontradas pela exponenciação dos valores correspondentes de \bar{v}, \bar{q} e $\bar{\Delta P}$:

$$e^{\bar{v}_{i,j}} = v_{i,j}, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (9)$$

$$e^{\bar{q}_{i,j}} = q_{i,j}, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (10)$$

$$e^{\bar{\Delta P}_{i,j}} = \Delta P_{i,j}, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (11)$$

Seja o custo por comprimento do tubo $i-j$ com diâmetro $x_{i,j}$ dado por $Custo(x_{i,j})$ e C_T o custo total de instalação da rede, a função objetivo a ser minimizada é dada por:

$$C_T = \sum_{i,j \in \mathcal{E}_{i,j}} L_{i,j} Custo(x_{i,j}) \quad (12)$$

Sejam D_k o diâmetro comercial disponível, $Custo(D_k)$ o custo por comprimento do tubo com diâmetro D_k e R_k a rugosidade do tubo com diâmetro D_k , para todo $k \in \mathcal{D}$, em que \mathcal{D} é o conjunto de índices para os diâmetros disponíveis para a RDA.

Para evitar aproximações ou arredondamentos, devido à existência de variáveis discretas, uma reformulação no modelo é proposta, usando programação disjuntiva, que é uma técnica que relaciona variáveis discretas com conceitos de lógica matemática (Balas, 2018).

Dado um par $i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$, sejam $Y_{i,j,k}$ a variável booleana associada ao trecho $i-j$ da tubulação com diâmetro D_k , para todo $k \in \mathcal{D}$. Esta variável booleana é verdadeira se no trecho $i-j$ o diâmetro D_k for

selecionado e falsa, caso contrário. Define-se $\lambda_{i,j}$ o custo do trecho $i-j$ e $\sigma_{i,j}$ a rugosidade do tubo nesse trecho. Desta forma, a disjunção exclusiva que caracteriza a escolha do diâmetro de cada tubo é escrita como sendo:

$$\bigvee_{k \in \mathcal{D}} \left[\begin{array}{c} Y_{i,j,k} \\ x_{i,j} = D_k \\ \lambda_{i,j} = L_{i,j} \text{Custo}(D_k) \\ \sigma_{i,j} = R_k \\ \bar{v}_{i,j} = \bar{q}_{i,j} - \ln\left(\frac{\pi}{4} D_k^2\right) \\ \Delta \bar{P}_{i,j} = \ln(\alpha L_{i,j}) + \beta \bar{q}_{i,j} - \ln\left(R_k^\beta D_k^\gamma\right) \end{array} \right], \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (13)$$

Esta disjunção pode ser reescrita usando uma reformulação convexa para variáveis discretas (Grossmann & Lee, 2003). Seja $y_{i,j,k}$ a variável binária associada ao trecho $i-j$ com diâmetro D_k , para todo $k \in \mathcal{D}$, que vale 1 se no trecho $i-j$ o diâmetro D_k for selecionado e 0, caso contrário. Desta forma, têm-se as equações:

$$x_{i,j} = \sum_{k \in \mathcal{D}} D_k y_{i,j,k}, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (14)$$

$$\lambda_{i,j} = \sum_{k \in \mathcal{D}} L_{i,j} \text{Custo}(D_k) y_{i,j,k}, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (15)$$

$$\sigma_{i,j} = \sum_{k \in \mathcal{D}} R_k y_{i,j,k}, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (16)$$

$$\bar{v}_{i,j} = \bar{q}_{i,j} - \sum_{k \in \mathcal{D}} \ln\left(\frac{\pi}{4} D_k^2\right) y_{i,j,k}, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (17)$$

$$\Delta \bar{P}_{i,j} = \ln(\alpha L_{i,j}) + \beta \bar{q}_{i,j} - \sum_{k \in \mathcal{D}} \ln\left(R_k^\beta D_k^\gamma\right) y_{i,j,k}, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (18)$$

$$\sum_{k \in \mathcal{D}} y_{i,j,k} = 1, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (19)$$

A Equação 19 indica que para cada trecho $i-j$ apenas um diâmetro pode ser escolhido. Como o custo de cada tubo depende do diâmetro, então a nova função objetivo, que representa o custo total de instalação da rede, é dada por:

$$C_T = \sum_{i,j \in \mathcal{E}_{i,j}} \lambda_{i,j} \quad (20)$$

Sejam $v_{i,j}^1$ igual a $v_{i,j}$ se a água flui do nó i para o nó j e zero, em caso contrário, e $v_{i,j}^2$ igual a $v_{i,j}$ se a água flui do nó j para o nó i e zero em caso contrário. Para que $q_{i,j}^1, q_{i,j}^2, \Delta P_{i,j}^1, \Delta P_{i,j}^2, Ep_{i,j}^1, Ep_{i,j}^2, v_{i,j}^1$ e $v_{i,j}^2$ sejam diferentes de zero, existe a necessidade de impor a elas limites inferior e superior. Define-se os limites inferiores como sendo $q_{i,j}^{\min}, \Delta P_{i,j}^{\min}, Ep_{i,j}^{\min}$ e $v_{i,j}^{\min}$, para todo $i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$. Analogamente, $q_{i,j}^{\max}, \Delta P_{i,j}^{\max}, Ep_{i,j}^{\max}$ e $v_{i,j}^{\max}$ são os limites superiores.

Dado um par $i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$, sejam $w_{i,j}^1$ a variável booleana que é verdadeira se a água escoar do nó i para o nó j e falsa, caso contrário, e $w_{i,j}^2$ a variável booleana que é verdadeira se a água escoar do nó j para o nó i e falsa, caso contrário. Desta forma, a disjunção exclusiva que caracteriza a escolha do sentido de escoamento de cada tubo é escrita por:

$$\left[\begin{array}{c} W_{i,j}^1 \\ v_{i,j} = v_{i,j}^1 \\ q_{i,j} = q_{i,j}^1 \\ \Delta P_{i,j} = \Delta P_{i,j}^1 \\ Ep_{i,j} = Ep_{i,j}^1 \\ v_{i,j}^{\min} \leq v_{i,j} \leq v_{i,j}^{\max} \\ q_{i,j}^{\min} \leq q_{i,j} \leq q_{i,j}^{\max} \\ \Delta P_{i,j}^{\min} \leq \Delta P_{i,j} \leq \Delta P_{i,j}^{\max} \\ Ep_{i,j}^{\min} \leq Ep_{i,j} \leq Ep_{i,j}^{\max} \end{array} \right] \vee \left[\begin{array}{c} W_{i,j}^2 \\ v_{i,j} = v_{i,j}^2 \\ q_{i,j} = q_{i,j}^2 \\ \Delta P_{i,j} = \Delta P_{i,j}^2 \\ Ep_{i,j} = Ep_{i,j}^2 \\ v_{i,j}^{\min} \leq v_{i,j} \leq v_{i,j}^{\max} \\ q_{i,j}^{\min} \leq q_{i,j} \leq q_{i,j}^{\max} \\ \Delta P_{i,j}^{\min} \leq \Delta P_{i,j} \leq \Delta P_{i,j}^{\max} \\ Ep_{i,j}^{\min} \leq Ep_{i,j} \leq Ep_{i,j}^{\max} \end{array} \right], \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (21)$$

Esta disjunção pode ser escrita usando uma reformulação convexa para variáveis contínuas limitadas. Seja $w_{i,j}^1$ a variável binária que vale 1 se a água escoar do nó i para o nó j e 0, caso contrário, e $w_{i,j}^2$ a variável binária que vale 1 se a água escoar do nó j para o nó i e 0, caso contrário. Desta forma, têm-se as equações:

$$v_{i,j} = v_{i,j}^1 w_{i,j}^1 + v_{i,j}^2 w_{i,j}^2, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (22)$$

$$v_{i,j}^{\min} w_{i,j}^1 \leq v_{i,j} \leq v_{i,j}^{\max} w_{i,j}^1, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (23)$$

$$v_{i,j}^{\min} w_{i,j}^2 \leq v_{i,j} \leq v_{i,j}^{\max} w_{i,j}^2, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (24)$$

$$q_{i,j} = q_{i,j}^1 w_{i,j}^1 + q_{i,j}^2 w_{i,j}^2, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (25)$$

$$q_{i,j}^{\min} w_{i,j}^1 \leq q_{i,j} \leq q_{i,j}^{\max} w_{i,j}^1, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (26)$$

$$q_{i,j}^{\min} w_{i,j}^2 \leq q_{i,j} \leq q_{i,j}^{\max} w_{i,j}^2, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (27)$$

$$\Delta P_{i,j} = \Delta P_{i,j}^1 w_{i,j}^1 + \Delta P_{i,j}^2 w_{i,j}^2, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (28)$$

$$\Delta P_{i,j}^{\min} w_{i,j}^1 \leq \Delta P_{i,j} \leq \Delta P_{i,j}^{\max} w_{i,j}^1, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (29)$$

$$\Delta P_{i,j}^{\min} w_{i,j}^2 \leq \Delta P_{i,j} \leq \Delta P_{i,j}^{\max} w_{i,j}^2, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (30)$$

$$Ep_{i,j} = Ep_{i,j}^1 w_{i,j}^1 + Ep_{i,j}^2 w_{i,j}^2, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (31)$$

$$Ep_{i,j}^{\min} w_{i,j}^1 \leq Ep_{i,j} \leq Ep_{i,j}^{\max} w_{i,j}^1, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (32)$$

$$Ep_{i,j}^{\min} w_{i,j}^2 \leq Ep_{i,j} \leq Ep_{i,j}^{\max} w_{i,j}^2, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (33)$$

$$w_{i,j}^1 + w_{i,j}^2 = 1, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j} \quad (34)$$

Portanto, o modelo de otimização para a síntese de RDA considerando os sentidos de escoamento desconhecidos nos tubos é dado por:

$$\min \sum_{i,j \in \mathcal{E}_{i,j}} \lambda_{i,j}$$

$$s. a \quad \sum_{j \in \mathcal{E}_{j,i}} (q_{j,i}^1 - q_{j,i}^2) - \sum_{j \in \mathcal{E}_{i,j}} (q_{i,j}^1 - q_{i,j}^2) = d_i, \forall i \in \mathcal{N}$$

$$P_i + h_i + Ep_{i,j}^1 - Ep_{i,j}^2 = P_j + h_j + \Delta P_{i,j}^1 - \Delta P_{i,j}^2, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$$

$$x_{i,j} = \sum_{k \in \mathcal{D}} D_k y_{i,j,k}, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$$

$$\lambda_{i,j} = \sum_{k \in \mathcal{D}} L_{i,j} \text{Custo}(D_k) y_{i,j,k}, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$$

$$\sigma_{i,j} = \sum_{k \in \mathcal{D}} R_k y_{i,j,k}, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$$

$$\bar{v}_{i,j} = \bar{q}_{i,j} - \sum_{k \in \mathcal{D}} \ln\left(\frac{\pi}{4} D_k^2\right) y_{i,j,k}, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$$

$$\Delta \bar{P}_{i,j} = \ln(\alpha L_{i,j}) + \beta \bar{q}_{i,j} - \sum_{k \in \mathcal{D}} \ln\left(R_k^\beta D_k^\gamma\right) y_{i,j,k}, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$$

$$\sum_{k \in \mathcal{D}} y_{i,j,k} = 1, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$$

$$e^{\bar{v}_{i,j}} = v_{i,j}, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$$

$$e^{\bar{q}_{i,j}} = q_{i,j}, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$$

$$e^{\Delta \bar{P}_{i,j}} = \Delta P_{i,j}, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$$

$$P_i^{\min} \leq P_i, \forall i \in \mathcal{N}$$

$$v_{i,j} = v_{i,j}^1 + v_{i,j}^2, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$$

$$v_{i,j}^{\min} w_{i,j}^1 \leq v_{i,j}^1 \leq v_{i,j}^{\max} w_{i,j}^1, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$$

$$v_{i,j}^{\min} w_{i,j}^2 \leq v_{i,j}^2 \leq v_{i,j}^{\max} w_{i,j}^2, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$$

$$q_{i,j} = q_{i,j}^1 + q_{i,j}^2, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$$

$$q_{i,j}^{\min} w_{i,j}^1 \leq q_{i,j}^1 \leq q_{i,j}^{\max} w_{i,j}^1, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$$

$$q_{i,j}^{\min} w_{i,j}^2 \leq q_{i,j}^2 \leq q_{i,j}^{\max} w_{i,j}^2, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$$

$$\Delta P_{i,j} = \Delta P_{i,j}^1 + \Delta P_{i,j}^2, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$$

$$\Delta P_{i,j}^{\min} w_{i,j}^1 \leq \Delta P_{i,j}^1 \leq \Delta P_{i,j}^{\max} w_{i,j}^1, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$$

$$\Delta P_{i,j}^{\min} w_{i,j}^2 \leq \Delta P_{i,j}^2 \leq \Delta P_{i,j}^{\max} w_{i,j}^2, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$$

$$Ep_{i,j} = Ep_{i,j}^1 + Ep_{i,j}^2, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$$

$$Ep_{i,j}^{\min} w_{i,j}^1 \leq Ep_{i,j}^1 \leq Ep_{i,j}^{\max} w_{i,j}^1, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$$

$$Ep_{i,j}^{\min} w_{i,j}^2 \leq Ep_{i,j}^2 \leq Ep_{i,j}^{\max} w_{i,j}^2, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$$

$$w_{i,j}^1 + w_{i,j}^2 = 1, \forall i, j \in \mathcal{E}_{i,j}$$

4 ESTUDOS DE CASO

Para a aplicação da abordagem desenvolvida, três estudos de caso foram escolhidos da literatura. O modelo foi implementado no ambiente GAMS e as soluções dos problemas foram obtidas usando técnicas de otimização global. Em todos os casos analisados, os sentidos de escoamento foram considerados variáveis de otimização, juntamente com os diâmetros dos tubos e com o custo total de instalação da rede. Quando os sentidos de escoamento são considerados desconhecidos, invariavelmente, ocorre um acréscimo no tempo de processamento. Porém, como demonstrado nos casos estudados, esse acréscimo não é significativo para a obtenção dos resultados, como pode ser observado nos casos a seguir.

4.1 Estudo de Caso 1

Esse estudo de caso refere-se ao dimensionamento de parte da rede de distribuição de água do bairro do Bessa na cidade de João Pessoa, Paraíba, projetada pela Companhia de Águas e Esgoto da Paraíba (CAGEPA) em 1982. A Figura 1 representa sua topologia, contendo 1 reservatório, 7 tubos interligando 7 nós de consumo e 1 *loop*. A alimentação dessa rede é feita por gravidade e o reservatório é representado pelo primeiro nó. As características dos nós e os comprimentos dos tubos são apresentados na Tabela 1. Para a rede Bessa são disponibilizados 10 diâmetros comerciais, totalizando 10^7 possíveis soluções para o problema (Tabela 2). A velocidade da água deve ser limitada entre 0,3 m/s e 3 m/s, e a pressão mínima é de 25 m para todos os nós. Os parâmetros da equação de Hazen-Williams são $\alpha = 10,667$, $\beta = 1,852$ e $\gamma = 4,871$.

O problema foi resolvido com o *solver* de otimização global BARON. As velocidades da água, os sentidos de escoamento encontrados para os tubos, as pressões calculadas para os nós e uma comparação com os resultados encontrados na literatura são apresentados na Tabela 3. Como pode ser visto, o melhor valor encontrado foi o custo de \$ 126.806.220, que corresponde ao ótimo global. O autor citado na comparação dos resultados usou um software adicional para o cálculo das variáveis hidráulicas e considerou os sentidos de escoamento conhecidos.

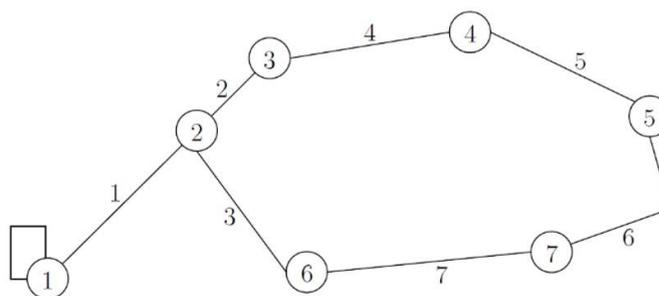


Figura 1 – Rede Bessa

Tabela 1 – Características dos nós e dos tubos para a rede Bessa

Nó	Elevação (m)	Demanda (L/s)	Tubo	Comprimento (m)
1	54,0	-420,43	1	2540
2	5,0	0	2	350
3	5,0	43,44	3	1020
4	4,0	40,29	4	1140
5	4,5	208,6	5	1430
6	4,5	47,78	6	1710
7	4,5	80,32	7	1410

Tabela 2 – Dados dos diâmetros disponíveis para a rede Bessa

Diâmetro (m)	Custo (\$/m)	Coefficiente de rugosidade	Diâmetro (m)	Custo (\$/m)	Coefficiente de rugosidade
0,10	1.629	145	0,35	11.012	130
0,15	4.054	145	0,40	12.397	130
0,20	5.769	145	0,45	15.501	130
0,25	7.718	145	0,50	17.696	130
0,30	9.237	130	0,60	23.132	130

Tabela 3 – Variáveis hidráulicas, custos e diâmetros calculados para a rede Bessa

Trecho	Sentido de escoam.	Diâmetro (m) Carvalho (2007)	Diâmetro (m) Presente trabalho	Velocidade (m/s) Presente trabalho	Nó	Pressão (m) Carvalho (2007)	Pressão (m) Presente trabalho
1	1-2	0,6	0,6	1,49	1	Reservatório	
2	2-3	0,5	0,45	1,82	2	41,03	41,02
3	2-6	0,35	0,35	1,37	3	39,69	38,8
4	3-4	0,45	0,45	1,54	4	35,33	34,45
5	4-5	0,4	0,4	1,63	5	26,26	25,4
6	7-5	0,1	0,1	0,48	6	36,39	36,36
7	6-7	0,3	0,3	1,19	7	29,79	29,69
Custo (\$)		127.574.470	126.806.220				

4.2 Estudo de Caso 2

Esse estudo de caso foi proposto originalmente por Alperovits & Shamir (1977) e é conhecido como *Two loop*. A Figura 2 representa sua topologia, contendo 1 reservatório, 8 tubos interligando 7 nós de consumo e 2 loops. A alimentação dessa rede é feita por gravidade e o reservatório é representado pelo primeiro nó. Todos os tubos possuem 1.000 m de comprimento e as características dos nós são apresentadas na Tabela 4. Para a rede *Two loop* são disponibilizados 14 diâmetros comerciais, totalizando 14^8 possíveis soluções para o problema (Tabela 5), em que o coeficiente de rugosidade é 130 para todos os diâmetros. A velocidade da água deve ser limitada entre 0,3 m/s e 3 m/s, e a pressão mínima é de 30 m para todos os nós. Os parâmetros da equação de Hazen-Williams são $\alpha = 10,667$, $\beta = 1,852$ e $\gamma = 4,871$.

O problema foi resolvido com o *solver* de otimização global BARON. As velocidades da água e os sentidos de escoamento encontrados para os tubos e, as pressões calculadas para os nós são apresentadas na Tabela 6. Na Tabela 7 é apresentada uma comparação com algumas diferentes abordagens que resolveram o problema. O melhor valor encontrado foi o custo de \$ 419.000, que corresponde ao ótimo global.

Na Tabela 7 são citados apenas dois autores para efeito de comparação de resultados para a rede *Two loop*, que usaram diferentes abordagens e o uso de simuladores hidráulicos. Surco et al. (2018a) e Ezzeldin & Djebedjian (2020) usaram o simulador EPANET em abordagens meta-heurísticas, com PSO e WOA. Muitos outros autores também utilizaram esse problema e o melhor resultado encontrado é o mesmo apresentado nesse trabalho, que corresponde ao ótimo global para este problema.

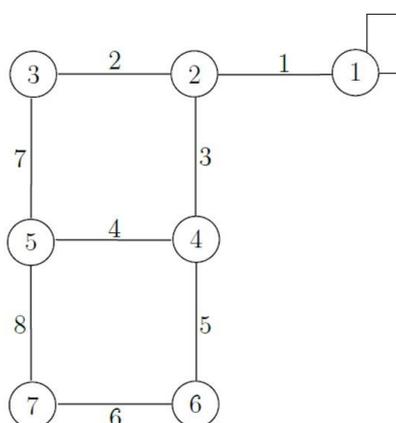


Figura 2 – Rede *Two loop*

Tabela 4 – Características dos nós para a rede *Two loop*

Nó	Elevação (m)	Demanda (m ³ /h)
1	210	-1120
2	150	100
3	160	100
4	155	120
5	150	270
6	165	330
7	160	200

Tabela 5 – Dados dos diâmetros disponíveis para a rede *Two loop*

Diâmetro (m)	Custo (\$/m)	Diâmetro (m)	Custo (\$/m)
0,0254	2	0,3048	50
0,0508	5	0,3556	60
0,0762	8	0,4064	90
0,1016	11	0,4572	130
0,1524	16	0,5080	170
0,2032	23	0,5588	300
0,2540	32	0,6096	550

Tabela 6 – Variáveis hidráulicas calculadas para a rede *Two loop*

Tubo	Velocidade (m/s)	Sentido de escoamento	Nó	Pressão (m)
1	1,90	1-2	1	210
2	1,85	2-3	2	53,25
3	1,46	2-4	3	30,46
4	1,12	4-5	4	43,45
5	1,14	4-6	5	33,80
6	1,10	6-7	6	30,44
7	1,30	3-5	7	30,55
8	0,31	7-5		

Tabela 7 – Diâmetros e custo para a rede *Two loop*

Tubo	Surco et al. (2018a)	Ezzeldin & Djebedjian (2020)	Presente trabalho
1	0,4572	0,4572	0,4572
2	0,2540	0,2540	0,2540
3	0,4064	0,4064	0,4064
4	0,1016	0,1016	0,1016
5	0,4064	0,4064	0,4064
6	0,2540	0,2540	0,2540
7	0,2540	0,2540	0,2540
8	0,0254	0,0254	0,0254
Custo (\$)	419.000	419.000	419.000

4.3 Estudo de Caso 3

Esse estudo de caso foi apresentado por Geem (2006) e é conhecido como RDA de GoYang, na Coreia do Sul. A Figura 3 representa sua topologia, contendo 1 reservatório, 30 tubos interligando 22 nós de consumo, 9 *loops* e 1 bomba hidráulica de 15,61 m no primeiro tubo, proporcionando mais autonomia para a rede. A alimentação dessa rede é feita por gravidade e o reservatório é o primeiro nó. As características dos nós e os comprimentos dos tubos são apresentados na Tabela 8. Para a rede de GoYang são disponibilizados 8 diâmetros comerciais, totalizando 8³⁰ possíveis soluções para o problema (Tabela 9), em que o coeficiente adimensional de rugosidade é 100 para todos os diâmetros disponíveis. A pressão mínima é de 15 m para todos os nós. Para este problema, utiliza-se dois parâmetros diferentes para a equação de Hazen-Williams, que são $\alpha=10,5879$ e $\alpha=10,667$. Os outros dois parâmetros fixos são $\beta=1,852$ e $\gamma=4,871$. Utilizou-se estes dois valores para mostrar como a equação de Hazen-Williams é dependente dessa constante.

O problema foi resolvido no ambiente GAMS com o *solver* SBB. Os sentidos de escoamento encontrados para os tubos e as pressões calculadas são apresentados na Tabela 10. A Tabela 11 mostra uma comparação com outras abordagens para a solução do problema publicadas na literatura. Como pode ser visto, os melhores valores encontrados foram os custos de \$ 176.994.561, com $\alpha=10,5879$, e de \$ 177.009.557, com $\alpha=10,667$.

Os autores citados na comparação de resultados para a rede de GoYang fizeram uso do simulador hidráulico EPANET e diferentes abordagens foram usadas. Geem (2006) usou HS e para os parâmetros da equação de Hazen-Williams $\alpha = 10,5879$, $\beta = 1,852$ e $\gamma = 4,871$. Eryiğit (2015) utilizou AIS e considerou duas situações distintas, com dois valores diferentes para o parâmetro α : $\alpha = 10,5879$ ou $\alpha = 10,667$, na equação de Hazen-Williams. Os diferentes valores de α proporcionaram resultados distintos, evidenciando uma pequena sensibilidade da equação de Hazen-Williams a este parâmetro. Apesar dos valores distintos para o parâmetro α , ao final, os resultados não mudaram muito, à exceção de um dos diâmetros.

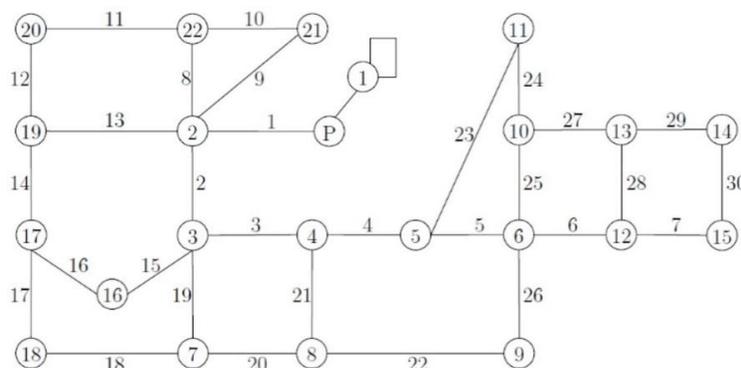


Figura 3 – Rede de GoYang

Tabela 8 – Características dos nós e dos tubos para a rede de GoYang

Nó	Elevação (m)	Demanda (m ³ /dia)	Tubo	Comprimento (m)
1	71,0	-2550,0	1	165
2	56,4	153,0	2	124
3	53,8	70,5	3	118
4	54,9	58,5	4	81
5	56,0	75,0	5	134
6	57,0	67,5	6	135
7	53,9	63,0	7	202
8	54,5	48,0	8	135
9	57,9	42,0	9	170
10	62,1	30,0	10	113
11	62,8	42,0	11	335
12	58,6	37,5	12	115
13	59,3	37,5	13	345
14	59,8	63,0	14	114
15	59,2	445,5	15	103
16	53,6	108,0	16	261
17	54,8	79,5	17	72
18	55,1	55,5	18	373
19	54,2	118,5	19	98
20	54,5	124,5	20	110
21	62,9	31,5	21	98
22	61,8	799,5	22	246
			23	174
			24	102
			25	92
			26	100
			27	130
			28	90
			29	185
			30	90

Tabela 9 – Dados dos diâmetros disponíveis para a rede GoYang

Diâmetro (m)	Custo (\$/m)	Diâmetro (m)	Custo (\$/m)
0,080	37.890	0,200	47.624
0,100	38.933	0,250	54.125
0,125	40.563	0,300	62.109
0,150	42.554	0,350	71.524

Tabela 10 – Variáveis hidráulicas calculadas para a rede GoYang

Tubo	Sentido de escoamento $\alpha = 10,5879$	Sentido de escoamento $\alpha = 10,667$	Nó	Pressão (m) $\alpha = 10,5879$	Pressão (m) $\alpha = 10,667$
1	1-2	1-2	1	71	71
2	2-3	2-3	2	24,99	24,95
3	3-4	3-4	3	26,30	26,25
4	4-5	4-5	4	24,07	24,02
5	5-6	5-6	5	22,75	22,37
6	6-12	6-12	6	20,66	20,57
7	12-15	12-15	7	25,20	25,14
8	2-22	2-22	8	24,35	24,29
9	2-21	2-21	9	19,98	19,90
10	21-22	21-22	10	15,42	15,07
11	20-22	20-22	11	15,05	15,04
12	19-20	19-20	12	18,16	17,79
13	2-19	2-19	13	17,38	17,15
14	17-19	17-19	14	15,30	15,00
15	3-16	3-16	15	15,46	15,14
16	16-17	16-17	16	25,69	25,63
17	18-17	18-17	17	23,85	23,79
18	7-18	7-18	18	23,56	23,50
19	3-7	3-7	19	24,35	24,28
20	7-8	7-8	20	23,42	23,36
21	4-8	4-8	21	16,09	16,03
22	8-9	8-9	22	15,88	15,81
23	5-11	5-11			
24	11-10	11-10			
25	6-10	6-10			
26	9-6	9-6			
27	10-13	10-13			
28	12-13	13-12			
29	13-14	13-14			
30	14-15	14-15			

Tabela 11 – Diâmetros e custos para a rede GoYang

Tubo	Geem (2006) $\alpha = 10,5879$	Eryigit (2015) $\alpha = 10,5879$	Presente trabalho $\alpha = 10,5879$	Eryigit (2015) $\alpha = 10,667$	Presente trabalho $\alpha = 10,667$
1	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150
2	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150
3	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125
4	0,150	0,150	0,150	0,125	0,125
5	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100
6	0,100	0,100	0,100	0,080	0,080
7	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080
8	0,100	0,080	0,080	0,080	0,080
9	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080
10	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080
11	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080
12	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080
13	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080
14	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080
15	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080
16	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080
17	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080
18	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080
19	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080
20	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080
21	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080
22	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080
23	0,080	0,080	0,080	0,100	0,100
24	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080
25	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080
26	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080
27	0,080	0,080	0,080	0,100	0,100
28	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080
29	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080
30	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080
Custo (\$)	177.135.800	176.994.561	176.994.561	177.009.557	177.009.557

O solver BARON (Branch-And-Reduce Optimization Navigator), no ambiente GAMS, é um solver de otimização global para a solução de problemas com formulação de programação não linear (NLP) e programação não linear mista com variáveis inteiras (MINLP). O solver implementa técnicas de otimização global determinísticas com algoritmos do tipo Branch and Bound que garantem otimalidade global dentro de imposições de finitos limites superiores e inferiores para as expressões (igualdades e desigualdades) no modelo a ser resolvido. No entanto, para problemas de grande porte, como o caso de estudo 3, o solver começa a ter dificuldades em fechar o gap formado entre os limites inferior e superior para essas expressões. Por isso, foi utilizado o solver SBB (Spatial Branch and Bound) que é também um solver para problemas com formulação MINLP e é baseado em uma combinação do método Branch and Bound e alguns solvers padrão para a solução de problemas NLP com boas estimativas iniciais.

5 CONCLUSÕES

No presente artigo, foi desenvolvido um modelo de otimização com formulação MINLP para o projeto ótimo de RDA pressurizadas e em *loop*, considerando os sentidos de escoamento da água desconhecidos nos tubos, simultaneamente com os diâmetros dos tubos e com o custo total de instalação da rede. O modelo foi reformulado utilizando programação disjuntiva e estratégias para tratar as não linearidades nas equações foram aplicadas para evitar complexidades desnecessárias e permitiram a utilização de técnicas de otimização global em ambiente GAMS. O sistema não linear formado pelas equações hidráulicas pertencentes ao problema foi resolvido sem a necessidade de software auxiliar para o cálculo das velocidades e pressões.

O modelo de otimização permite obter o custo mínimo de instalação da rede, que depende dos diâmetros comerciais dos tubos. Três estudos de caso da literatura foram usados na aplicação e excelentes resultados foram encontrados, como pode ser visto na comparação com trabalhos existentes. A maioria dos casos (83% dos artigos publicados no assunto) consideram os sentidos de escoamento fixos. Na rede de GoYang, evidenciou-se a influência dos parâmetros da equação de Hazen-Williams no processo de otimização.

A síntese de RDA é um problema complexo, devido à resolução de um sistema de equações não lineares, com algumas variáveis discretas. Quando os sentidos de escoamento são considerados fixos, a priori, o problema se limita às soluções fornecidas para a estrutura considerada. Quando os sentidos de escoamento são considerados variáveis do problema, a complexidade no projeto da rede é aumentada. Entretanto as aplicações são mais realistas, podendo trabalhar em diferentes situações e estruturas.

6 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro do Conselho Nacional para o Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, por meio dos projetos 311807/2018-6 e 428650/2018-0.

NOMENCLATURA

- $C_{i,j}$ Coeficiente de rugosidade de Hazen-Williams no trecho $i-j$ [adm]
- C_T Custo total de instalação da rede [\$]
- $Custo(D_k)$ Custo por comprimento do tubo com diâmetro disponível D_k [\$/m]
- $Custo(x_{i,j})$ Custo por comprimento do tubo no trecho $i-j$ com diâmetro $x_{i,j}$ [\$/m]
- \mathcal{D} Conjunto dos diâmetros comerciais disponíveis (k)
- D_k Diâmetro comercial disponível k [m]
- d_i Demanda de água para o nó i [volume/tempo]
- $\varepsilon_{i,j}$ Existência de uma ligação entre o nó i e o nó j ($i-j$)
- $Ep_{i,j}$ Altura Manométrica, ou Elevação de Pressão, gerada por uma Bomba hidráulica no trecho $i-j$ [m]
- $Ep_{i,j}^1$ Igual a $Ep_{i,j}$ se a água flui do nó i para o nó j , zero caso contrário
- $Ep_{i,j}^2$ Igual a $Ep_{i,j}$ se a água flui do nó j para o nó i , zero caso contrário
- $Ep_{i,j}^{min}$ Valor mínimo para a bomba hidráulica no trecho $i-j$ [m]
- $Ep_{i,j}^{max}$ Valor máximo para a bomba hidráulica no trecho $i-j$ [m]
- h_i Elevação do nó i [m]
- i,j Nó de demanda
- k Diâmetro disponível
- $L_{i,j}$ Comprimento do trecho $i-j$ [m]

- \mathcal{N} Nós de demanda (i, j)
 P_i Pressão no nó i [m]
 P_i^{min} Pressão mínima no nó i [m]
 $q_{i,j}$ Vazão volumétrica no trecho $i-j$ [m³/s]
 $q_{i,j}^1$ Igual a $q_{i,j}$ se a água flui do nó i para o nó j , zero caso contrário
 $q_{i,j}^2$ Igual a $q_{i,j}$ se a água flui do nó j para o nó i , zero caso contrário
 $\bar{q}_{i,j}$ Logaritmo natural de $q_{i,j}$ no tubo $i-j$
 $q_{i,j}^{min}$ Valor mínimo para a vazão volumétrica no trecho $i-j$ [m³/s]
 $q_{i,j}^{max}$ Valor máximo para a vazão volumétrica no trecho $i-j$ [m³/s]
 R_k Rugosidade do tubo com diâmetro disponível D_k [adm]
 $v_{i,j}$ Velocidade da água no trecho $i-j$ [m/s]
 $v_{i,j}^1$ Igual a $v_{i,j}$ se a água flui do nó i para o nó j , zero caso contrário
 $v_{i,j}^2$ Igual a $v_{i,j}$ se a água flui do nó j para o nó i , zero caso contrário
 $\bar{v}_{i,j}$ Logaritmo natural de $v_{i,j}$ no trecho $i-j$
 $v_{i,j}^{min}$ Valor mínimo para a velocidade da água no trecho $i-j$ [m/s]
 $v_{i,j}^{max}$ Valor máximo para a velocidade da água no trecho $i-j$ [m/s]
 $w_{i,j}^1$ Verdadeira, se a água escoar do nó i para o nó j ou falsa, caso contrário
 $w_{i,j}^2$ Verdadeira, se a água escoar do nó j para o nó i ou falsa, caso contrário
 $w_{i,j}^1$ 1, se a água escoar do nó i para o nó j ou zero, caso contrário
 $w_{i,j}^2$ 1, se a água escoar do nó j para o nó i ou zero, caso contrário
 $x_{i,j}$ Diâmetro do trecho $i-j$ [m]
 $Y_{i,j,k}$ Verdadeira, se no trecho $i-j$ o diâmetro D_k for selecionado ou falsa, caso contrário
 $y_{i,j,k}$ 1, se no trecho $i-j$ o diâmetro D_k for selecionado ou 0, caso contrário
 α, β e γ Coeficientes da equação de Hazen-Williams [adm]
 $\lambda_{i,j}$ Custo do trecho $i-j$ [\$/]
 $\sigma_{i,j}$ Rugosidade do tubo no trecho $i-j$ [adm]
 $\Delta P_{i,j}$ Queda de pressão no tubo no trecho $i-j$ [m]
 $\Delta P_{i,j}^1$ Igual a $\Delta P_{i,j}$ se a água flui do nó i para o nó j , zero caso contrário
 $\Delta P_{i,j}^2$ Igual a $\Delta P_{i,j}$ se a água flui do nó j para o nó i , zero caso contrário
 $\bar{\Delta P}_{i,j}$ Logaritmo natural de $\Delta P_{i,j}$ no trecho $i-j$
 $\Delta P_{i,j}^{min}$ Valor mínimo para a queda de pressão no trecho $i-j$ [m]
 $\Delta P_{i,j}^{max}$ Valor máximo para a queda de pressão no trecho $i-j$ [m]

REFERÊNCIAS

- Alperovits, E., & Shamir, U. (1977). Design of optimal water distribution systems. *Water Resources Research*, 13(6), 885-900. <http://dx.doi.org/10.1029/WR013i006p00885>
- Avila-Melgar, E. Y., Cruz-Chávez, M. A., & Martinez-Bahena, B. (2017). General methodology for using epanet as an optimization element in evolutionary algorithms in a grid computing environment for water distribution network design. *Water Supply*, 17(1), 39-51. <http://dx.doi.org/10.2166/ws.2016.101>
- Balas, E. (2018). *Disjunctive programming* (1st ed.). Switzerland: Springer. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-030-00148-3>.
- Bi, W., Dandy, G., & Maier, H. (2015). Improved genetic algorithm optimization of water distribution system design by incorporating domain knowledge. *Environmental Modelling & Software*, 69, 370-381. <http://dx.doi.org/10.1016/j.envsoft.2014.09.010>
- Bolognesi, A., Bragalli, C., Marchi, A., & Artina, S. (2010). Genetic heritage evolution by stochastic transmission in the optimal design of water distribution networks. *Advances in Engineering Software*, 41(5), 792-801. <http://dx.doi.org/10.1016/j.advengsoft.2009.12.020>
- Bragalli, C., D'Ambrosio, C., Lee, J., Lodi, A., & Toth, P. (2006). An MINLP solution method for a water network problem. In *Algorithms - ESA 2006, 14th Annual European Symposium* (pp. 696-707). Berlin: Springer. http://dx.doi.org/10.1007/11841036_62.
- Bragalli, C., D'Ambrosio, C., Lee, J., Lodi, A., & Toth, P. (2008). Water network design by MINLP (Rep. No. RC24495, pp. 1-17). Yorktown Heights: IBM Research.
- Bragalli, C., D'Ambrosio, C., Lee, J., Lodi, A., & Toth, P. (2012). On the optimal design of water distribution networks: a practical MINLP approach. *Optimization and Engineering*, 13(2), 219-246. <http://dx.doi.org/10.1007/s11081-011-9141-7>

- Carvalho, P. S. O. (2007). *EficientE: um método de dimensionamento econômico para redes de distribuição de água* (Dissertação de mestrado). Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa.
- Cassiolato, G. H. B., Carvalho, E. P., Caballero, J. A., & Ravagnani, M. A. S. S. (2019). Water distribution networks optimization using generalized disjunctive programming. *Chemical Engineering Transactions*, 76, 547-552. Recuperado em 10 de agosto de 2021, de <https://www.cetjournal.it/index.php/cet/article/view/CET1976092>
- Cassiolato, G. H. B., Carvalho, E. P., Caballero, J. A., & Ravagnani, M. A. S. S. (2021). Optimization of water distribution networks using a deterministic approach. *Engineering Optimization*, 53(1), 107-124. <http://dx.doi.org/10.1080/0305215X.2019.1702980>
- D'Ambrosio, C., Lodi, A., Wiese, S., & Bragalli, C. (2015). Mathematical programming techniques in water network optimization. *European Journal of Operational Research*, 243(3), 774-788. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2014.12.039>
- Eiger, G., Shamir, U., & Ben-Tal, A. (1994). Optimal design of water distribution networks. *Water Resources Research*, 30(9), 2637-2646. <http://dx.doi.org/10.1029/94WR00623>
- Eryiğit, M. (2015). Cost optimization of water distribution networks by using artificial immune systems. *Journal of Water Supply: Research & Technology - Aqua*, 64(1), 47-63. <http://dx.doi.org/10.2166/aqua.2014.031>
- Ezzeldin, R., Djebedjian, B., & Saafan, T. (2014). Integer discrete particle swarm optimization of water distribution networks. *Journal of Pipeline Systems Engineering and Practice*, 5(1), 04013013. [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)PS.1949-1204.0000154](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)PS.1949-1204.0000154)
- Ezzeldin, R. M., & Djebedjian, B. (2020). Optimal design of water distribution networks using whale optimization algorithm. *Urban Water Journal*, 17(1), 14-22. <http://dx.doi.org/10.1080/1573062X.2020.1734635>
- Fallah, H., Ghazanfari, S., Suribabu, C. R., & Rashedi, E. (2021). Optimal pipe dimensioning in water distribution networks using gravitational search algorithm. *ISH Journal of Hydraulic Engineering*, 27(Supl. 1), 242-255. <http://dx.doi.org/10.1080/09715010.2019.1624630>
- Geem, Z. W. (2006). Optimal cost design of water distribution networks using harmony search. *Engineering Optimization*, 38(3), 259-277. <http://dx.doi.org/10.1080/03052150500467430>
- Geem, Z. W. (2009). Particle-swarm harmony search for water network design. *Engineering Optimization*, 41(4), 297-311. <http://dx.doi.org/10.1080/03052150802449227>
- Goulter, I. C., Lussier, B. M., & Morgan, D. R. (1986). Implications of head loss path choice in the optimization of water distribution networks. *Water Resources Research*, 22(5), 819-822. <http://dx.doi.org/10.1029/WR022i005p00819>
- Grossmann, I. E., & Lee, S. (2003). Generalized convex disjunctive programming: nonlinear convex hull relaxation. *Computational Optimization and Applications*, 26(1), 83-100. <http://dx.doi.org/10.1023/A:1025154322278>
- Hansen, C. T., Madsen, K., & Nielsen, H. B. (1991). Optimization of pipe networks. *Mathematical Programming*, 52(1-3), 45-58. <http://dx.doi.org/10.1007/BF01582879>
- Kadu, M. S., Gupta, R., & Bhave, P. R. (2008). Optimal design of water networks using a modified genetic algorithm with reduction in search space. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 134(2), 147-160. [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(2008\)134:2\(147\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(2008)134:2(147))
- Kessler, A., & Shamir, U. (1989). Analysis of the linear programming gradient method for optimal design of water supply networks. *Water Resources Research*, 25(7), 1469-1480. <http://dx.doi.org/10.1029/WR025i007p01469>
- Mala-Jetmarova, H., Sultanova, N., & Savic, D. (2018). Lost in optimisation of water distribution systems? a literature review of system design. *Water*, 10(3), 307. <http://dx.doi.org/10.3390/w10030307>
- Morsi, A., Geissler, B., & Martin, A. (2012). Mixed integer optimization of water supply networks. In A. Martin, K. Klamroth, J. Lang, G. Leugering, A. Morsi, M. Oberlack, M. Ostrowski & R. Rosen (Orgs.), *Mathematical optimization of water networks* (Vol. 162, pp. 35-54). Berlin: Springer. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-0348-0436-3_3.
- Palod, N., Prasad, V., & Khare, R. (2020). Non-parametric optimization technique for water distribution in pipe networks. *Water Supply*, 20(8), 3068-3082. <http://dx.doi.org/10.2166/ws.2020.200>
- Rao, C. J., Jothiprakash, V., & Eldho, T. I. (2017). Design of a pipe network using the finite-element method coupled with particle-swarm optimization. *Journal of Pipeline Systems Engineering and Practice*, 8(4), 04017019. [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)PS.1949-1204.0000282](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)PS.1949-1204.0000282)
- Reca, J., & Martínez, J. (2006). Genetic algorithms for the design of looped irrigation water distribution networks. *Water Resources Research*, 42(5), 1-9. <http://dx.doi.org/10.1029/2005WR004383>
- Reca, J., Martínez, J., & López, R. (2017). A hybrid water distribution networks design optimization method based on a search space reduction approach and a genetic algorithm. *Water*, 9(11), 845. <http://dx.doi.org/10.3390/w9110845>

- Sarbu, I. (1997). Optimal design of water distribution networks. *Journal of Hydraulic Research*, 35(1), 63-79. <http://dx.doi.org/10.1080/00221689709498644>
- Savic, D. A., & Walters, G. A. (1997). Genetic algorithms for least-cost design of water distribution networks. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 123(2), 67-77. [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(1997\)123:2\(67\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(1997)123:2(67))
- Shamir, U. Y., & Howard, C. D. D. (1968). Water distribution systems analysis. *Journal of the Hydraulics Division*, 94(1), 219-234. <http://dx.doi.org/10.1061/JYCEAJ.0001747>
- Shende, S., & Chau, K. W. (2019). Design of water distribution systems using an intelligent simple benchmarking algorithm with respect to cost optimization and computational efficiency. *Water Supply*, 19(7), 1892-1898. <http://dx.doi.org/10.2166/ws.2019.065>
- Surco, D. F., Macowski, D. H., Coral, J. G. L., Cardoso, F. A. R., Vecchi, T. P. B., & Ravagnani, M. A. S. S. (2019). Multi-swarm optimizer applied in water distribution networks. *Desalination and Water Treatment*, 161, 1-13. <http://dx.doi.org/10.5004/dwt.2019.24146>
- Surco, D. F., Vecchi, T. P. B., & Ravagnani, M. A. S. S. (2018a). Optimization of water distribution networks using a modified particle swarm optimization algorithm. *Water Supply*, 18(2), 660-678. <http://dx.doi.org/10.2166/ws.2017.148>
- Surco, D. F., Vecchi, T. P. B., & Ravagnani, M. A. S. S. (2018b). Rehabilitation of water distribution networks using particle swarm optimization. *Desalination and Water Treatment*, 106, 312-329. <http://dx.doi.org/10.5004/dwt.2018.22101>
- Surco, D. F., Macowski, D. H., Cardoso, F. A. R., Vecchi, T. P. B., & Ravagnani, M. A. S. S. (2021). Multi-objective optimization of water distribution networks using PSO. *Desalination and Water Treatment*, 218, 18-31. <http://dx.doi.org/10.5004/dwt.2021.26944>
- Suribabu, C., & Neelakanta, T. (2014). Optimal upgradation and expansion of existing water distribution networks using differential evolution algorithm. *Asian Journal of Applied Sciences*, 7(6), 375-390. <http://dx.doi.org/10.3923/ajaps.2014.375.390>
- Suribabu, C. R. (2010). Differential evolution algorithm for optimal design of water distribution networks. *Journal of Hydroinformatics*, 12(1), 66-82. <http://dx.doi.org/10.2166/hydro.2010.014>
- Suribabu, C. R., & Neelakantan, T. R. (2006). Design of water distribution networks using particle swarm optimization. *Urban Water Journal*, 3(2), 111-120. <http://dx.doi.org/10.1080/15730620600855928>
- Vasan, A., & Simonovic, S. P. (2010). Optimization of water distribution network design using differential evolution. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 136(2), 279-287. [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(2010\)136:2\(279\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(2010)136:2(279))
- Watanatada, T. (1973). Least-cost design of water distribution systems. *Journal of the Hydraulics Division*, 99(9), 1497-1513. <http://dx.doi.org/10.1061/JYCEAJ.0003742>

Contribuições dos autores:

Gustavo Henrique Batista Cassiolato: desenvolvimento do modelo matemático e suas reformulações, estudos de caso e redação do texto.

Esdras Penêdo de Carvalho: desenvolvimento do modelo matemático e suas reformulações, estudos de caso e redação do texto.

Mauro Antonio da Silva Sá Ravagnani: desenvolvimento do modelo matemático e suas reformulações, estudos de caso e redação do texto.